

Câu I. 1) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để các nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x^2 + ax + 1 = 0$ thỏa mãn:

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7.$$

2) Với giá trị nào của a và b , phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có 3 nghiệm khác nhau lập thành một cấp số cộng?

Câu II.

Cho phương trình

$$(1 - a) \operatorname{tg}^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3a = 0.$$

1) Giải phương trình khi $a = \frac{1}{2}$.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Câu III.

$$\text{Cho hàm số } y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}.$$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M có hoành độ $x_M = a$. Chứng minh rằng hoành độ các giao điểm của tiếp tuyến (d) với đồ thị là các nghiệm của phương trình

$$(x - a)^2 (x^2 + 2ax + 3a^2 - 6) = 0.$$

3) Tìm tất cả các giá trị của a để tiếp tuyến (d) cắt đồ thị tại 2 điểm P, Q khác nhau và khác M . Tìm tập hợp trung điểm K của đoạn thẳng PQ .

Câu IVa. Trong mặt phẳng tọa độ cho parabol (P)

$$(P) : y^2 = x.$$

Gọi (C) là đường tròn tâm C(2, 0), bán kính R.

- 1) Xác định R để đường tròn (C) tiếp xúc với parabol (P). Xác định tọa độ các tiếp điểm T và T'.
- 2) Viết phương trình các tiếp tuyến chung của (P) và (C) tại T và T'.
- 3) Tính diện tích của tam giác cong chắn bởi parabol (P) và hai tiếp tuyến nói trên.

Câu IVb.

Trong mặt phẳng (P), cho đường tròn (X) đường kính $AB = 2R$. Lấy C là một điểm trên đoạn AB, đặt $AC = x$ ($0 < x < 2R$); một đường thẳng đi qua C cắt đường tròn (X) tại K, L. Trên nửa đường thẳng vuông góc với (P) tại A, lấy điểm S với $AS = h$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và vuông góc với SB, cắt SB, SC, SK, SL lần lượt tại B', C', K', L'.

- 1) Chứng minh AK'B'L' là một tứ giác nội tiếp.
- 2) Đường thẳng KL phải thỏa mãn điều kiện gì để C' là trung điểm của đoạn K'L' ?
- 3) Tìm điều kiện đối với đường thẳng KL để AK'B'L' là một hình vuông.